

вующая ему форма является ковариантным дифференциалом  $\partial f$  гладкой функции  $f$ .

**Теорема.** *О.з.с. образуют подалгебру Ли алгебры Ли допустимых векторных полей.*

Пусть  $S \text{ grad } f$  — о.з.с., соответствующая функции  $f$ . Определим обобщённую скобку Пуассона функций  $f, g$  равенством  $\{f, g\} = \omega(S \text{ grad } g, S \text{ grad } f)$ .

**Теорема.** *Функция  $f$  является первым интегралом системы  $\dot{x} = S \text{ grad } g$  тогда и только тогда, когда  $\{f, g\} = 0$ .*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Галаев С. В., Гохман А. В. *Гамильтонова система в неголономном случае.* — Деп. в ВИНТИ РАН, — 1999. — №. 929. — В. 99. — 10 с.

Н. М. Галиев (Казань)

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В ВОДНЫХ СРЕДАХ

Распределение концентрации в водной среде в общем случае описывается уравнением турбулентной диффузии. В работе рассматриваются конвективно-диффузионные процессы в речной среде с постоянной скоростью течения, в устье реки с учетом приливов и отливов, а также диффузионные явления в стоящей воде.

С целью использования эффективных методов математической физики проводится линеаризация поставленных задач и по возможности строятся аналитические зависимости между параметрами рассматриваемых процессов. Для исследования взаимовлияния между ними выполнены расчеты на Excel 7.0, которые иллюстрируются в виде графиков и таблиц.

Результаты расчетов показали, что влияние приливов и отливов на загрязнение речной среды более значительно, чем в стоящей или проточной воде. При этом максимальное вне источника загрязнение, как правило, имеет место в зонах смены приливно-отливных явлений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шаймуратов Р. В., Галиев Н. М., Галиуллин Д. К. *Моделирование смешивания и всплывания примеси в речной среде*// Труды девятой межвузовской конференции. Самара. – 1999. – С. 146-149.

**Д. К. Галиуллин (Казань)**

### **ВЛАГОПЕРЕНОС И МИГРАЦИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА ПО ПРОФИЛЮ ЗОНЫ АЭРАЦИИ**

Поле влажности  $\theta(z, t)$  по профилю зоны аэрации описывается уравнением [1]

$$\mu_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} = k_0 \frac{\partial}{\partial z} \left( \theta^n \left( H_k \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} - 1 \right) \right),$$

где  $\mu_0$ ,  $k_0$ ,  $H_k$  – постоянные характеристики процесса,  $n$  – показатель нелинейности распределения проницаемости среды, ось  $oz$  ориентирована вертикально вниз от поверхности почвы. Влажность при  $z = 0$  и вблизи уровня грунтовых вод ( $z = \ell$ ) пропорциональна соответствующим величинам градиента, т.е. выполняются граничные условия третьего рода. В начальный момент процесса распределение влажности описывается зависимостью

$$\theta(z, 0) = \left( u_0 + \frac{z}{2\ell} \right) e^{z/2H_k}.$$

Используя замену  $u(z, t) = e^{-(2z-\beta t)/4H_k} \theta(z, t)$ ,  $\beta = k_0/\mu_0$ , а также интегральное преобразование, решение исходной начально-краевой задачи влагопереноса при  $n = 1$

$$\theta(z, t) = e^{\frac{2z-\beta t}{4H_k}} \left( 2u_0 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} e^{-H_k \beta \left( \frac{\pi(2k+1)}{\ell} \right)^2 t} \cos \frac{(2k+1)}{\ell} \pi z \right)$$

используется при реализации уравнения диффузии загрязняющего вещества концентрации  $C(z, t)$  [1]

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial C}{\partial z} \right) - v_0 \frac{\partial C}{\partial z}$$